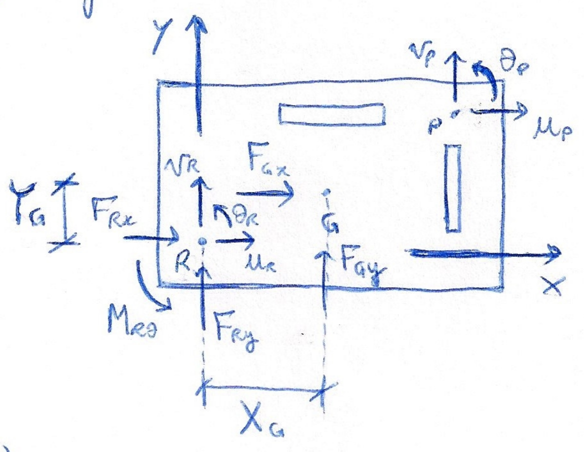
Distribuzione forze di piano sui controventi

1) Definizione baricentro G e generici punti R e P



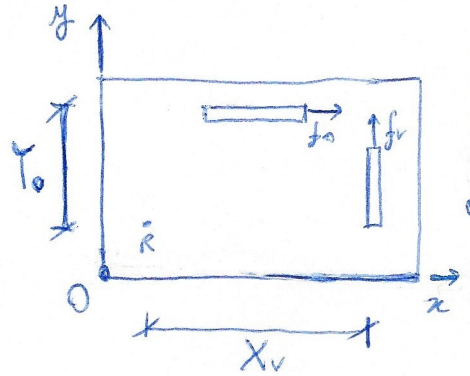
equivalenza sistema di forze

$$\begin{cases} F_{Rx} = F_{Gx} \\ F_{Ry} = F_{Gy} \\ M_{R\theta} = -Y_G F_{Gx} + X_G F_{Gy} \end{cases}$$

moto di P rispetto a R

$$\begin{cases} u_P = u_R - Y_P \theta_R \\ v_P = v_R + X_P \theta_R \\ \theta_P = \theta_R \end{cases}$$

2) Espressione di F_{Rx}, F_{Ry} e $M_{R\theta}$ tramite le forze agenti sui controventi:



$$\begin{cases} F_{Rx} = \sum_o f_o = \underbrace{\sum_o k_o u_o}_{\text{rispetto a O}} = \underbrace{\sum_o k_o (u_R - Y_o \theta_R)}_{\text{rispetto a R}} = u_R \sum_o k_o - \theta_R \sum_o Y_o k_o \\ F_{Ry} = \sum_v f_v = \sum_v k_v v_v = \sum_v k_v (v_R + X_v \theta_R) = v_R \sum_v k_v + \theta_R \sum_v X_v k_v \\ M_{R\theta} = -\sum_o Y_o f_o + \sum_v X_v f_v = \underbrace{-\sum_o Y_o k_o u_o + \sum_v X_v k_v v_v}_{\text{rispetto a O}} = \\ \quad = -\sum_o Y_o k_o (u_R - Y_o \theta_R) + \sum_v X_v k_v (v_R + X_v \theta_R) = \\ \quad = \underbrace{-u_R \sum_o Y_o k_o + \theta_R \sum_o k_o Y_o^2 + v_R \sum_v X_v k_v + \theta_R \sum_v X_v^2 k_v}_{\text{rispetto a R}} \end{cases}$$

3) Tra tutti i possibili R si sceglie il punto C, ovvero il baricentro delle rigidezze tale per cui:

$$\underbrace{\begin{cases} -\cancel{\theta_R} \sum_o Y_o k_o = 0 \\ \cancel{\theta_R} \sum_v X_v k_v = 0 \end{cases}}_{\text{rispetto a R}} \Rightarrow \underbrace{\begin{cases} \sum_o k_o (y_o - y_c) = 0 \\ \sum_v k_v (x_v - x_c) = 0 \end{cases}}_{\text{rispetto a C}} \Rightarrow \begin{cases} \sum_o k_o y_o - y_c \cdot \sum_o k_o = 0 \\ \sum_v k_v x_v - x_c \sum_v k_v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_c = \dfrac{\sum_o k_o y_o}{K_o} \\ x_c = \dfrac{\sum_v k_v x_v}{K_v} \end{cases}$$

Avendo definito $K_o = \sum_o k_o$ e $K_v = \sum_v k_v$. Seguono quindi, con $R \equiv C$:

$$\begin{cases} F_{Cx} = u_C \cdot K_o \\ F_{Cy} = v_C \cdot K_v \\ M_{C\theta} = \theta_C \cdot K_\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_C = F_{Cx}/K_o \\ v_C = F_{Cy}/K_v \\ \theta_C = M_{C\theta}/K_\theta \end{cases} \quad \text{con } K_\theta = \sum_o k_o Y_o^2 + \sum_v k_v X_v^2$$

4) Ripartizione delle forze sismiche sui controventi:

$$\begin{cases} f_o = k_o u_o = k_o (u_C - Y_o \theta_C) = \dfrac{k_o}{K_o} F_{Cx} - \dfrac{k_o Y_o}{K_\theta} M_{C\theta} \\ f_v = k_v v_v = k_v (v_C + X_v \theta_C) = \dfrac{k_v}{K_v} F_{Cy} + \dfrac{k_v X_v}{K_\theta} \cdot M_{C\theta} \end{cases}$$